引文格式:姜卫平,谢秉辰,陈渠森,等.融合GNSS与RTS观测值的紧组合变形监测方法研究[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(5):823-835.DOI:10.13203/j.whugis20250084

Citation:JIANG Weiping,XIE Bingchen,CHEN Qusen,et al.A Tightly Coupled Deformation Monitoring Method Combining GNSS and RTS Observations[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2025,50(5):823-835.DOI:10.13203/j.whugis20250084

融合GNSS与RTS观测值的紧组合变形监测方法研究

姜卫平[1] 谢秉辰[2] 陈渠森[1] 陈 华[2] 陈 剡[3] 赵小阳[4] 韩荣荣[5]

1 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,湖北 武汉,430079
2 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079
3 浙江省测绘科学技术研究院,浙江 杭州,310012
4 广州市城市规划勘测设计研究院有限公司,广东 广州,510060
5 国家能源局大坝安全监察中心,浙江 杭州,311122

摘 要:混凝土坝、土石坝等水利工程外观变形监测精度要求较高,通常需要达到1 mm级(≤3 mm)。然而,工程监测的观测环境复杂,导致全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GNSS)、测量机器人(robotic total stations,RTS)等当前常用的变形监测技术精度降低,部分情况下甚至无法满足规范的技术要求。为此,提出一种融合GNSS与RTS距离&角度观测值的紧组合变形监测方法,将RTS记录的距离、角度等测量值作为基线约束条件,补充GNSS观测矩阵强度并提高其载波相位的模糊度固定率及定位精度。结果表明,RTS观测值可以提高GNSS卫星的位置精度因子值,显著优化复杂环境中观测值的几何分布构型。与单一GNSS相比,组合距离观测值、角度观测值和距离+角度观测值后高程方向的定位精度平均提升18.0%、48.9%、61.3%,且RTS角度观测值较距离观测值能够更为有效地提升变形监测的精度。此外,RTS不同类型观测值在紧组合定位中可以提高GNSS模糊度固定率,且组合角度观测值后载波相位残差更加趋于理想的正态分布。因此,角度观测值对于GNSS/RTS紧组合变形监测精度的提升发挥着更加重要的作用。

关键词:GNSS;变形监测;测量机器人;复杂环境;距离观测值;角度观测值

中图分类号:TP208 **文献标识码**:A **收稿日期**:2025-03-27

DOI:10.13203/j.whugis20250084 **文章编号**:1671-8860(2025)05-0823-13

A Tightly Coupled Deformation Monitoring Method Combining GNSS and RTS Observations

JIANG Weiping[1] *XIE Bingchen*[2] *CHEN Qusen*[1] *CHEN Hua*[2] *CHEN Yan*[3]
ZHAO Xiaoyang[4] *HAN Rongrong*[5]

1 GNSS Research Center, Wuhan University, Wuhan 430079, China
2 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China
3 Zhejiang Academy of Surveying and Mapping, Hangzhou 310012, China
4 Guangzhou Urban Planning & Design Survey Research Institute, Guangzhou 510060, China
5 Large Dam Safety Supervision Center, National Energy Administration, Hangzhou 311122, China

Abstract: **Objectives**: Deformation monitoring for concrete dams, earth and rock dams and other water conservation projects is highly demanding, usually requiring a monitoring accuracy of 1 mm (≤ 3 mm). However, the complexity of the engineering monitoring environment can compromise the precision of the current deformation monitoring techniques, such as global navigation satellite system (GNSS), robotic total stations (RTS), etc. It is acknowledged that these techniques may not meet ideal specifications in certain senses, due to the occasion or long distance. **Methods**: To address the above problems, we propose a

基金项目:湖北省科技重大专项(2022AAA002);2024年度湖北省知识产权软科学研究项目"湖北省高价值发明专利培育及转化机制研究-以北斗产业为例"。

第一作者:姜卫平,博士,教授,主要从事高精度卫星导航定位理论与技术及工程应用研究。wpjiang@whu.edu.cn

GNSS/RTS tightly coupled deformation monitoring method that utilizes the distance and angle observations. The distance, angle, and other measurements recorded by the RTS are used as baseline constraints to supplement the GNSS observation matrix strength and improve the fixing rate of the GNSS carrier phase ambiguity and positioning precision. **Results:** The results show that RTS observations can improve the position dilution of precision values of GNSS satellites and significantly optimize the geometric distribution configuration of observations in complex environments. Compared with single GNSS positioning, the average elevation accuracy is improved by 18.0%, 48.9% and 61.3% after combining distance, angle, and distance+angle observations, respectively. The RTS angle observations are more effective in improving the deformation monitoring accuracy. In addition, different types of RTS observations in tightly coupled positioning can improve the GNSS fixing rate of ambiguities, and the carrier phase residuals tend to follow an ideal normal distribution with the combination of angle observations. **Conclusions:** Angle observations play a more critical role in enhancing the accuracy of GNSS/RTS tightly coupled deformation monitoring.

Key words: GNSS; deformation monitoring; robotic total stations (RTS); harsh environment; distance observations; angle observations

变形监测技术能够及时掌握水利工程的服役状态,在保障工程长期安全运行过程中发挥着至关重要的作用[1-3]。水利水电工程需要的变形监测精度较高,《SL 601—2013 混凝土坝安全监测技术规范》等规范标准明确了典型水利工程的变形监测精度限差,如混凝土坝水平位移监测精度要求为1~2 mm,垂直位移监测精度要求为1 mm;土石坝坝体表面变形监测限值要求小于3 mm[4-5]。测量机器人(robotic total stations,RTS)和全球导航卫星系统(global navigation satellite systems,GNSS)是目前最为常用的两种外观变形监测技术。相较经纬仪、全站仪等传统人工观测技术,RTS能够自动精确识别目标,极大提升了测量效率和稳定性,广泛应用于结构监测系统[6-8];基于空基无线电导航定位的GNSS技术可以连续稳定监测结构体,是变形监测向全方位、自动化、智能化发展的重要基础。大量研究和工程实践已经证明,两种监测技术在良好的观测条件下可达毫米级定位精度,能够满足变形监测相关的技术规范和精度指标[9-11]。

在实际变形监测场景中,监测站周围的观测环境可能比较恶劣,GNSS信号受植被、山体阻挡,导致可用卫星数量不足、卫星几何形状差、多路径效应严重等问题[12],影响定位性能。针对恶劣的观测环境,改进GNSS模型能够削弱信号遮挡的影响,但是无法突破观测模型自身的限制;当多路径效应严重时,删除低高度角的卫星可以提高定位精度,但是设置过高的截止角也会影响定位可靠性。另一方面,RTS设备精度会随着测量距离的增加而降低,由于工程复杂环境的限制,实际监测站与基准站之间的距离可能在几百甚至几千米以上,大气折射、测距频率等误差会严重影响RTS定位精度。通过增设RTS设备或改进极坐标法可以实现长距离监测[13-15],但会增加监测成本且精度提升有限。

将多种监测技术进行组合和优势互补,是保障复杂工程环境下变形监测精度的主要途径。文献[16]利用GPS和RTS识别铁路桥梁的位移情况,捕捉了火车通车前后振动幅度的毫米级变化。文献[17]利用GNSS、RTS、倾角仪及气象传感器等,研究了瑞士阿莱奇冰川受融雪和山体水位变化影响引起邻近山坡的可逆变形。上述组合定位研究的实质是将两种监测技术在结果层面求解,通过松组合方法实施联合解算,当任一监测技术可靠性降低时,可能导致定位结果严重偏离。文献[18]将GNSS与地面测距观测值进行紧组合,探讨了其在复杂环境下,尤其是GNSS半天遮挡环境下的紧组合定位效果。该研究仅考虑距离观测值的改进效果,而受仪器自身测量精度和大气影响,RTS距离观测值精度会随着观测距离的增加而降低,但是照准误差在长距离情况下对方向的影响较小,角度观测值的精度会随着距离增加而提升,引入角度观测值有望进一步提高GNSS/RTS的变形监测精度。

针对以上问题,本文提出了GNSS/RTS紧组合变形监测方法,结合GNSS获取的卫星观测数据和RTS定期记录的角度、距离和时间测量值,利用RTS基线约束条件提高GNSS载波相位的模糊度固定率[19-21],在观测值层面组合GNSS与RTS数据,并建立组合定位模型。GNSS/RTS组合监测示意图如图1所示。本文采用专用观测仪器收集GNSS与RTS的大坝实地观测数据,验证分析GNSS/RTS

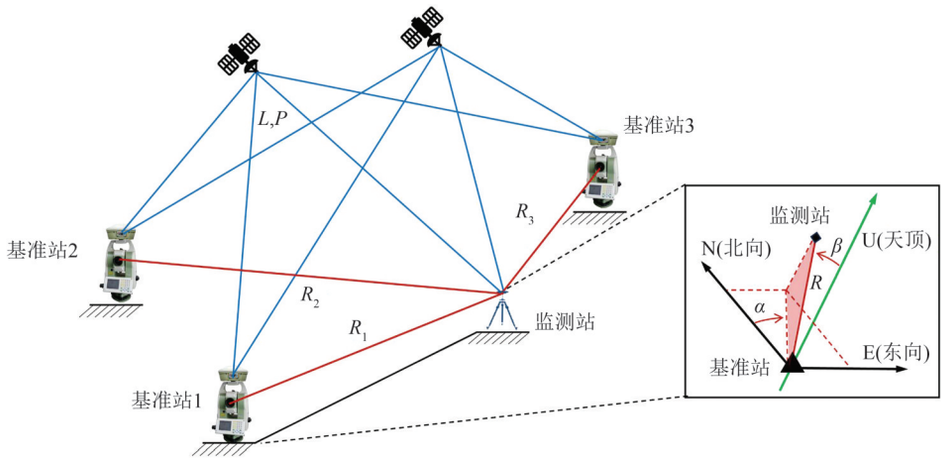


图1　GNSS+RTS组合监测示意图

Fig. 1　Schematic Diagram of GNSS+RTS Combined Monitoring

组合定位方法在实际变形监测应用中的精度及可靠性,并进一步探讨了RTS距离和角度观测值对GNSS定位的改进效果。

1　GNSS/RTS组合定位模型

1.1　GNSS变形监测数学模型

GNSS用于变形监测时,一般采用相对定位模型,采用单基线解或网解方式对观测数据进行处理。线性化后的GNSS观测模型可表示为:

$$E(\boldsymbol{y})=\boldsymbol{G}\boldsymbol{x},D(\boldsymbol{y})=\boldsymbol{P}^{-1} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{y}$为GNSS伪距和载波观测值向量;$\boldsymbol{P}$为对应的观测值权阵;$\boldsymbol{G}$为设计矩阵;$\boldsymbol{x}$为待估参数向量;$E(\cdot)$和$D(\cdot)$分别表示数学期望和方差。假设仅观测一条基线,观测模型可以表示为[18]:

$$E\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_1\\ \boldsymbol{y}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_{11} & \boldsymbol{G}_{12}\\ \boldsymbol{G}_{21} & \boldsymbol{G}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_1\\ \boldsymbol{x}_2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1/\sigma_1^2 & \\ & 1/\sigma_2^2\end{bmatrix}\boldsymbol{P} \tag{2}$$

式中,下标1、2分别对应测站1和测站2;σ_1^2和σ_2^2表示两个测站的观测值方差。利用最小二乘法对式(2)进行求解,则法方程可表示为:

$$\boldsymbol{N}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{W} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{N}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}_{11} & \boldsymbol{N}_{12}\\ \boldsymbol{N}_{21} & \boldsymbol{N}_{22}\end{bmatrix},\boldsymbol{W}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W}_1\\ \boldsymbol{W}_2\end{bmatrix},\ \boldsymbol{Q}=\boldsymbol{N}^{-1}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{12}\\ \boldsymbol{Q}_{21} & \boldsymbol{Q}_{22}\end{bmatrix} \tag{4}$$

其中,$\boldsymbol{N}$和$\boldsymbol{W}$分别为法方程系数和常数项;$\boldsymbol{Q}$为参数的协因数阵。

1.2　GNSS/RTS观测模型

RTS观测值主要包括距离观测值和角度观测值。测站间距离可以直接通过坐标差计算,不需要考虑坐标转换。距离观测值的观测模型可表示为:

$$R=\sqrt{(X_1-X_2)^2+(Y_1-Y_2)^2+(Z_1-Z_2)^2}+\xi_R \tag{5}$$

式中,(X,Y,Z)表示地心坐标系下的测站坐标;ξ_R为距离观测值的测量噪声。

角度观测值是基于站心坐标系的测量结果,主要包括方位角观测值和高度角观测值。通过基准站观测到的距离和角度观测值可以计算得到监测站的站心坐标(x,y,z),公式如下:

$$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R\cos\alpha\sin\beta\\ R\sin\alpha\sin\beta\\ R\cos\beta\end{bmatrix} \tag{6}$$

式中,α表示方位角;β表示天顶距(天顶距与高度角互余)。GNSS观测模型对应地心坐标系(X,Y,Z),需要通过坐标转换才能实现两种观测值的结合。从站心坐标系(x,y,z)到地心坐标系(X,Y,Z)的转换方程可表示为[22-23]:

$$\begin{bmatrix}X_2\\ Y_2\\ Z_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}X_1\\ Y_1\\ Z_1\end{bmatrix}+\left(\boldsymbol{R}(\Sigma)\cdot\boldsymbol{Q}(\xi,\eta,\phi)\cdot\boldsymbol{P}(\phi,\lambda)\right)^{\mathrm{T}}\cdot\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix} \tag{7}$$

式中,λ和ϕ分别表示测站1的大地经度、大地纬度;ξ和η分别表示测站1垂线偏差的北向和东向分量,一般通过地球重力场模型EGM2008获取[24];Σ表示测量机器人的仪器方位常数;$\boldsymbol{R}()$、$\boldsymbol{Q}()$、$\boldsymbol{P}()$分别对应不同的旋转矩阵。因此,从地心坐标系(X,Y,Z)到站心坐标系(x,y,z)的转换可表示为:

$$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\left[(\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{Q}\cdot\boldsymbol{P})^{\mathrm{T}}\right]^{-1}\cdot\begin{bmatrix}X_2-X_1\\ Y_2-Y_1\\ Z_2-Z_1\end{bmatrix} \tag{8}$$

将$[(\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{Q}\cdot\boldsymbol{P})^{\mathrm{T}}]^{-1}$简记为$\boldsymbol{RQP}$,则角度观测值的观测模型可表示为:

$$\alpha=\tan^{-1}\frac{y}{x}=\tan^{-1}\frac{\boldsymbol{RQP}_{2,1}\cdot(X_2-X_1)+\boldsymbol{RQP}_{2,2}\cdot(Y_2-Y_1)+\boldsymbol{RQP}_{2,3}\cdot(Z_2-Z_1)}{\boldsymbol{RQP}_{1,1}\cdot(X_2-X_1)+\boldsymbol{RQP}_{1,2}\cdot(Y_2-Y_1)+\boldsymbol{RQP}_{1,3}\cdot(Z_2-Z_1)}+\xi_\alpha \tag{9}$$

$$\begin{aligned}\beta=\tan^{-1}\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z}=\tan^{-1}\{&[[\boldsymbol{RQP}_{1,1}\cdot(X_2-X_1)+\boldsymbol{RQP}_{1,2}\cdot(Y_2-Y_1)+\boldsymbol{RQP}_{1,3}\cdot(Z_2-Z_1)]^2+\\&[\boldsymbol{RQP}_{2,1}\cdot(X_2-X_1)+\boldsymbol{RQP}_{2,2}\cdot(Y_2-Y_1)+\boldsymbol{RQP}_{2,3}\cdot(Z_2-Z_1)]^2]^{\frac{1}{2}}/[\boldsymbol{RQP}_{3,1}\cdot(X_2-X_1)+\\&\boldsymbol{RQP}_{3,2}\cdot(Y_2-Y_1)+\boldsymbol{RQP}_{3,3}\cdot(Z_2-Z_1)]\}+\xi_\beta\end{aligned} \tag{10}$$

式中,ξ_α、ξ_β分别表示方位角和天顶距的测量噪声。

将上述公式线性化后的GNSS/RTS组合定位模型可表示为:

$$E\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_1\\\boldsymbol{y}_2\\\boldsymbol{y}_R\\\boldsymbol{y}_\alpha\\\boldsymbol{y}_\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_{11}&\boldsymbol{G}_{12}\\\boldsymbol{G}_{21}&\boldsymbol{G}_{22}\\\boldsymbol{G}_R&-\boldsymbol{G}_R\\\boldsymbol{G}_\alpha&-\boldsymbol{G}_\alpha\\\boldsymbol{G}_\beta&-\boldsymbol{G}_\beta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_1\\\boldsymbol{x}_2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1/\sigma_1^2&&&&\\&1/\sigma_2^2&&&\\&&1/\sigma_R^2&&\\&&&1/\sigma_\alpha^2&\\&&&&1/\sigma_\beta^2\end{bmatrix}\boldsymbol{P} \tag{11}$$

式中,σ_R^2、σ_α^2、σ_β^2分别表示距离观测值、方位角观测值和天顶距观测值的方差;$\boldsymbol{G}_R$、$\boldsymbol{G}_\alpha$、$\boldsymbol{G}_\beta$的计算公式如下:

$$\boldsymbol{G}_R=\begin{bmatrix}\dfrac{X_1-X_2}{y_{R0}}&\dfrac{Y_1-Y_2}{y_{R0}}&\dfrac{Z_1-Z_2}{y_{R0}}\end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{G}_\alpha=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\alpha}{\partial X_1}&\dfrac{\partial\alpha}{\partial Y_1}&\dfrac{\partial\alpha}{\partial Z_1}\end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{G}_\beta=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\beta}{\partial X_1}&\dfrac{\partial\beta}{\partial Y_1}&\dfrac{\partial\beta}{\partial Z_1}\end{bmatrix} \tag{14}$$

利用最小二乘法对式(9)求解,则法方程系数阵为:

$$\boldsymbol{N}'=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}_{11}+\boldsymbol{N}_{RR}+\boldsymbol{N}_{\alpha\alpha}+\boldsymbol{N}_{\beta\beta}&\boldsymbol{N}_{12}-\boldsymbol{N}_{RR}-\boldsymbol{N}_{\alpha\alpha}-\boldsymbol{N}_{\beta\beta}\\\boldsymbol{N}_{21}-\boldsymbol{N}_{RR}-\boldsymbol{N}_{\alpha\alpha}-\boldsymbol{N}_{\beta\beta}&\boldsymbol{N}_{22}+\boldsymbol{N}_{RR}+\boldsymbol{N}_{\alpha\alpha}+\boldsymbol{N}_{\beta\beta}\end{bmatrix} \tag{15}$$

式中,$\boldsymbol{N}_{RR}=\boldsymbol{G}_R^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_R\boldsymbol{G}_R$;$\boldsymbol{N}_{\alpha\alpha}=\boldsymbol{G}_\alpha^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_\alpha\boldsymbol{G}_\alpha$;$\boldsymbol{N}_{\beta\beta}=\boldsymbol{G}_\beta^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_\beta\boldsymbol{G}_\beta$;$\boldsymbol{P}_R$、$\boldsymbol{P}_\alpha$和$\boldsymbol{P}_\beta$分别为RTS距离观测值和角度观测值的权阵。

2 数据采集与处理

2.1 数据采集

本文使用测量机器人、棱镜与GNSS同轴观测装置,统一不同技术手段的测量基准。该装置共分为上、中、下三层,最上层为GNSS天线连接盘,中间为棱镜支架,下层为测量机器人连接盘。装置三层同轴,经前期标定,该装置同轴偏差为0.1 mm级,可认为天线、棱镜、测量机器人的测量中心在一条垂线上。装置整体底盘上有3个脚螺旋,以便于仪器整平。棱镜连接件上配有水准气泡,经过校准后可以观察仪器整体是否整平。棱镜件上有活动螺丝,可以根据实际测量场地,调节棱镜的上下高度。GNSS天线连接盘配有天线旋转螺丝,以便于调节GNSS天线水平指向,可将天线指向正北后旋紧,避免测量时发生位移。连接件采用不锈钢材质,热膨胀效应低,避免太阳直晒环境下温度过高,膨胀变形过大,观测质量受到影响。

为评估GNSS/RTS组合定位方法在实际观测环境中的定位效果,本文在中国中部某大坝布设了6个同轴观测装置,能够同步接收GNSS和RTS数据,数据采集时间为2021年3月13日00:00:00至3月16日08:00:00,测站分布及同轴观测装置如图2所示,其中包括3个基准站(JZ01、JZ02、JZ03)和3个监测站(GP01、GP02、GP03),站点详细信息如表1所示,基线最长约为630 m,最大高差约为150 m。

GNSS设备配备了Leica GM30接收机采集GPS和BDS-2双频观测数据,采样间隔为1 s;RTS设备使用Leica TM50,采用标准棱镜,测距标称精度为0.6 mm+1×10^{-6},测角标称精度为0.5″,采样间隔为30 min。图3为基准站和监测站的卫星天空图。3个基准站中,JZ01站靠近泄洪口,西部低高度角卫星信号被遮挡;JZ02站视野较为开阔,仅有一面靠近山崖,因此只有西北低高度角卫星被遮挡;JZ03与坝体的距离较近,且被建筑物环绕,因此东部卫星信号被严重遮挡。3个监测站中,GP01位于大坝顶部,周围无明显遮挡,观测环境在所有测点中最好;GP02位于坝体中部监测房房顶,测站南侧天空被遮挡,可接收到的卫星信号高度角大于30°;GP03位于坝体底部,坝体和山体环绕,观测环境最恶劣,测站西部和南部天空都被显著遮挡。



(a) 测站分布　　(b) 同轴观测装置(基准站端)　　(c)同轴观测装置(监测站端)

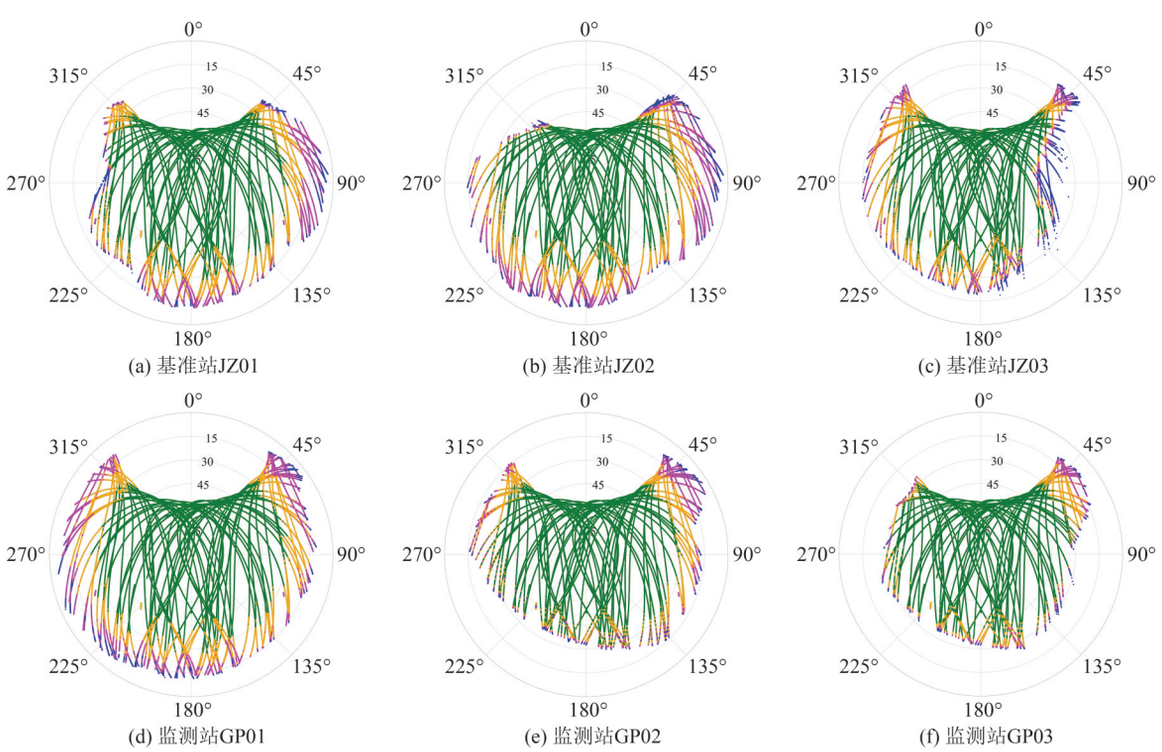
图2　测站分布示意图及仪器实物图

Fig. 2　Distribution of Stations and Figures for Devices

表1　测站信息表

Table 1　Station Information

测站名称	测站类型	测站位置	安装仪器	接收机型号	RTS型号
JZ01	基准站	大坝北部	GNSS+棱镜+RTS	Leica GM30	Leica TM50
JZ02	基准站	大坝北部	GNSS+棱镜+RTS	Leica GM30	Leica TM50
JZ03	基准站	大坝东部	GNSS+棱镜+RTS	Leica GM30	Leica TM50
GP01	监测站	坝顶	GNSS+棱镜	Leica GM30	
GP02	监测站	坝中	GNSS+棱镜	Leica GM30	
GP03	监测站	坝底	GNSS+棱镜	Leica GM30	



(a) 基准站JZ01　(b) 基准站JZ02　(c) 基准站JZ03

(d) 监测站GP01　(e) 监测站GP02　(f) 监测站GP03

图3　基准站和监测站卫星天空图

Fig. 3　Sky Plot of Reference Stations and Monitoring Stations

2.2 数据处理策略

为了验证与评估GNSS/RTS的组合定位效果,本文采用相对定位模型对所有观测数据进行处理,时段长度为2 h,共包含40个时段。为了对比不同GNSS与RTS组合定位效果,本文设计了4种定位方案分析单一GNSS观测数据的监测结果,并将不同GNSS的观测数据分别与RTS距离观测值、角度观测值以及距离+角度观测值组合,对比不同组合定位方式的监测结果。GNSS/RTS组合定位具体策略如表2所示。

表2 GNSS/RTS组合定位策略表

Table 2 GNSS/RTS Processing Strategies

项目	模型或参数	处理策略
GNSS	观测值	GPS L1/L2 BDS-2 B1/B2
	星历	GNSS广播星历
	采样间隔/s	30
	相位中心偏差/相位中心变化	模型改正(igs14_2196.atx)[25]
	先验对流层延迟改正	气象参数使用GPT2w模型[26];天顶对流层延迟使用Saastamoinen模型[27];投影函数使用GMF模型[28]
	对流层延迟参数	双差消除
	电离层延迟参数	双差消除
	模糊度固定方法	最小二乘降相关平差算法[29]
RTS	观测值	距离观测值 角度观测值(高度角、方位角)
	采样间隔/min	30
	大气改正模型	Barrel & Sears模型[30]

2.3 基于Helmert的定权方法

由于GNSS与RTS设备的观测精度不同,需要采用不同的定权方式对多种观测值进行定权,因此本文使用Helmert方差分量估计法进行定权,计算过程如下[31]:

1)根据设备的标称精度对不同观测值进行初始定权,将GNSS伪距、相位的先验精度分别设置为5 m、0.01周(GPS L1约为1.9 mm),RTS根据标称精度,距离、角度观测值的先验精度分别设置为0.6 mm、0.5″;

2)进行间接预平差,计算出不同观测值的改正数$\boldsymbol{V}$;

3)按照Helmert估算公式进行方差分量估计:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{W}' \tag{16}$$

式中,

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}=\begin{bmatrix}\hat{\sigma}^2_{\mathrm{GNSS}} & \hat{\sigma}^2_R & \hat{\sigma}^2_{\mathrm{angle}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix} n_1-2\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_1\right)+\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_1\right)^2 & \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_2\right) & \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_3\right) \\ \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_2\right) & n_2-2\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_2\right)+\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_2\right)^2 & \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_2\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_3\right) \\ \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_1\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_3\right) & \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_2\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_3\right) & n_3-2\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_3\right)+\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{N}'^{-1}\boldsymbol{N}_3\right)^2 \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{W}'=\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{GNSS}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{GNSS}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{GNSS}} & \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}_R\boldsymbol{P}_R\boldsymbol{V}_R & \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{angle}}\boldsymbol{P}_{\mathrm{angle}}\boldsymbol{V}_{\mathrm{angle}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

其中,n_1、n_2、n_3分别为GNSS、距离观测、角度观测方程的个数;$\boldsymbol{N}_1$同式(4)中$\boldsymbol{N}$所示;$\boldsymbol{N}_2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}_{RR} & -\boldsymbol{N}_{RR}\\ -\boldsymbol{N}_{RR} & \boldsymbol{N}_{RR}\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{N}_3=\begin{bmatrix}\boldsymbol{N}_{\alpha\alpha}+\boldsymbol{N}_{\beta\beta} & -\boldsymbol{N}_{\alpha\alpha}-\boldsymbol{N}_{\beta\beta}\\ -\boldsymbol{N}_{\alpha\alpha}-\boldsymbol{N}_{\beta\beta} & \boldsymbol{N}_{\alpha\alpha}+\boldsymbol{N}_{\beta\beta}\end{bmatrix}$。

4)解得$\hat{\sigma}^2_{\mathrm{GNSS}}$、$\hat{\sigma}^2_R$、$\hat{\sigma}^2_{\mathrm{angle}}$后,重新调整权阵:

$$\left(\hat{\sigma}^2_*\right)_{k+1}=\frac{c}{\hat{\sigma}^2_*}\left(\hat{\sigma}^2_*\right)_k \tag{20}$$

式中,*分别代表GNSS、R、angle;c为某一常数,通常取$\hat{\sigma}^2_*$中的某个值。

5)重复步骤2)~4),直到$\hat{\sigma}^2_{\mathrm{GNSS}}\approx\hat{\sigma}^2_R\approx\hat{\sigma}^2_{\mathrm{angle}}$为止。本文迭代的终止条件为:

$$\max\left\{\left|\hat{\sigma}^2_{\mathrm{GNSS}}-\hat{\sigma}^2_R\right|,\left|\hat{\sigma}^2_{\mathrm{GNSS}}-\hat{\sigma}^2_{\mathrm{angle}}\right|,\left|\hat{\sigma}^2_R-\hat{\sigma}^2_{\mathrm{angle}}\right|\right\}\leqslant 0.01 \tag{21}$$

最终通过Helmert方差估计迭代后的结果,确定不同观测值的权比,如图4所示,GNSS相位精度设置为1.5 mm,距离和角度观测值精度分别设置为0.8 mm、0.5″。

3 结果与分析

3.1 RTS对位置精度衰减因子的影响

在GNSS导航与定位中,通常使用精度衰减因子(position dilution of precision,PDOP)来衡量观测卫星的空间几何分布情况。精度因子可以通过计算权系矩阵获得,可表示为:

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}_{11} & \boldsymbol{G}_R & \boldsymbol{G}_\alpha & \boldsymbol{G}_\beta\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{H}=\left(\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}\right)^{-1}=\mathrm{diag}\left[q_{XX},q_{YY},q_{ZZ}\right] \tag{23}$$

式中,$\boldsymbol{G}$表示总体的设计矩阵;最后一列对应钟差,其他符号含义与式(11)相同。PDOP可表示为:

$$\mathrm{PDOP}=\sqrt{q_{XX}+q_{YY}+q_{ZZ}} \tag{24}$$

PDOP值考虑每颗卫星相对于星座(几何位置)中其他卫星的位置,一般而言,PDOP值越小,

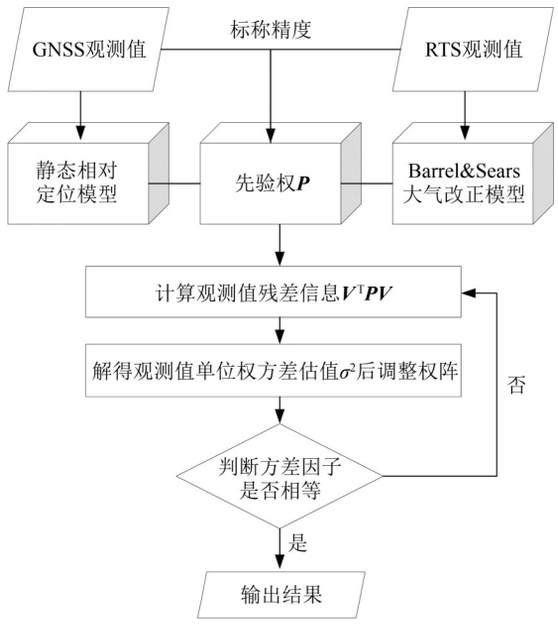


图 4　Helmert定权流程图

Fig. 4　Flowchart of Helmert Weighting

定位精度越高。

图 5 为 2021-03-13 监测站 GP03 多种组合定位方案的 PDOP 时间序列。GP03 站位于坝体底部,监测环境较为恶劣,测点西部和南部天空被山体及坝体遮挡。GP03 在 3 个监测站中,PDOP 值整体变化最剧烈,部分时段甚至出现卫星数量不足的情况。对于单一 GNSS 技术,单全球定位系统(global positioning system,GPS) PDOP 的平均值为 3.07;单北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system,BDS)PDOP 的平均值为 4.15,如果仅使用 BDS 卫星进行定位,在特定时间无法实现定位功能;GPS+BDS PDOP 的平均值为 1.92。单一 GNSS 技术的 PDOP 值基本大于 2,难以满足高精度变形监测的需求。将 GNSS 与 RTS 组合后,PDOP 值时间序列得到显著改善:GPS、BDS、GPS+BDS 组合距离观测值后的 PDOP 平均值分别为 1.92、2.00、1.46,相比于单一 GNSS 技术分别降低了 37.5%、51.8%、24.0%;GPS、BDS、GPS+BDS 组合角度观测值后的 PDOP 平均值分别为 1.73、1.80、1.41,分别降低了 43.6%、56.7%、26.6%;GPS、BDS、GPS+BDS 组合距离+角度观测值的 PDOP 平均值分别为 1.43、1.46、1.21,分别降低了 53.4%、64.8%、37.0%。组合 RTS 观测值后的 PDOP 值基本小于 2,且时间序列较为稳定。

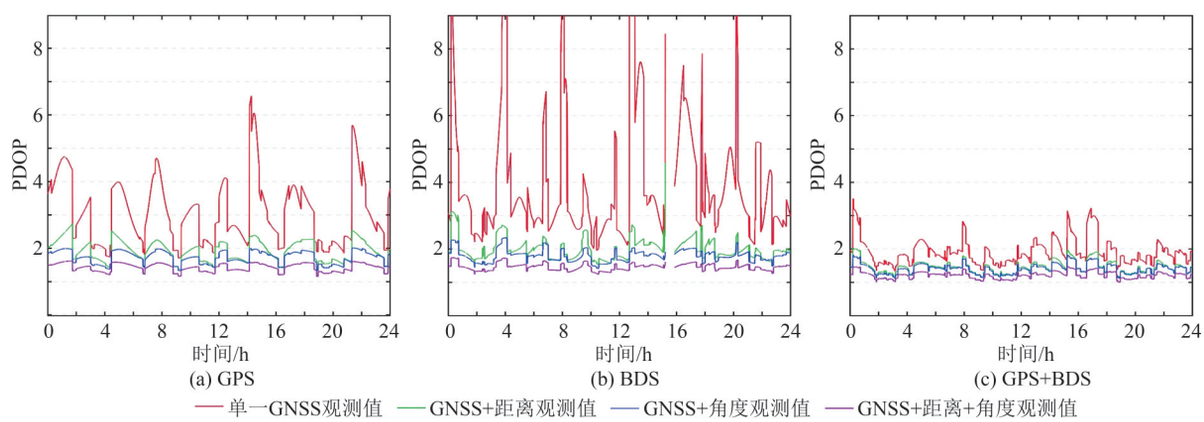


图 5　2021-03-13 GP03 点 PDOP 时间序列图

Fig. 5　Time Series of PDOP at GP03 on March 13, 2021

表 3 统计了所有监测站 2021-03-13 不同组合定位方案 PDOP 值的平均值,G 对应单 GPS 数据,C 对应单 BDS 数据,GC 对应 GPS+BDS 数据。GP01 为坝顶监测点,监测环境相对理想;GP02 测站位于坝体中部,监测点南部天空被坝体遮挡;GP03 测站位于坝体底部,3 个监测站 GP01、GP02 和 GP03 的观测环境逐渐恶化,天空被遮挡部分逐渐增加,PDOP 值的表现也随之降低,符合图 3 中监测站的卫星天空图情况。将 GNSS 与 RTS 组合后,观测数据的 PDOP 值均有提升,测站所处的观测环境越恶劣,RTS 的提升效果越显著。

在不同 GNSS 组合定位方案中,GPS+BDS 的 PDOP 值数值最小,单 BDS 的 PDOP 值整体偏大,说明其卫星几何结构最差,与不同 RTS 观测值组合后,单 BDS 的 PDOP 值提升也最为显著,距离、角度和距离+角度观测值对于单 GPS 定位的 PDOP 值平均降低 26.9%、33.0%、42.3%;对于单 BDS 定位的 PDOP 值平均降低 38.1%、42.8%、51.7%;对于 GPS+BDS 组合的 PDOP 值平均降低 16.3%、19.6%、28.8%。角度观测值对于 PDOP 值的影响优于距离观测值。结果表明,

表3 2021-03-13所有监测站不同组合定位方案的PDOP值

Table 3 PDOP Values of All Monitoring Stations of Different Coupled Positioning Schemes on March 13, 2021

监测站	无RTS数据			距离观测值			角度观测值			距离+角度观测值		
	G	C	GC	G	C	GC	G	C	GC	G	C	GC
GP01	1.57	1.98	1.31	1.33	1.50	1.22	1.23	1.40	1.15	1.10	1.22	1.04
GP02	2.29	2.78	1.49	1.65	1.72	1.22	1.52	1.60	1.19	1.29	1.34	1.06
GP03	3.07	4.15	1.92	1.92	2.00	1.46	1.73	1.80	1.41	1.43	1.46	1.21

注:G对应单GPS数据;C对应单BDS数据;GC对应GPS+BDS数据。

RTS可以有效降低监测站受环境遮挡的影响,卫星几何结构越差,PDOP值的提升越明显。

3.2 GNSS/RTS定位结果与分析

为验证RTS观测值对GNSS定位精度的影响,本文解算了GP01、GP02、GP03测点4天GNSS数据24 h的静态差分定位结果,取其均值作为参考。将定位误差定义为每时段定位结果与参考结果之间的差值,计算各站点坐标的均方根误差作为评价定位精度的指标,对比不同GNSS分别与RTS距离、角度观测值组合后的定位精度,分析不同观测值的改进效果。

首先分析坝后最下方监测站GP03在GPS系统下不同组合方案定位误差的时间序列,以及利用RTS数据进行独立定位误差时间序列,如图6所示。

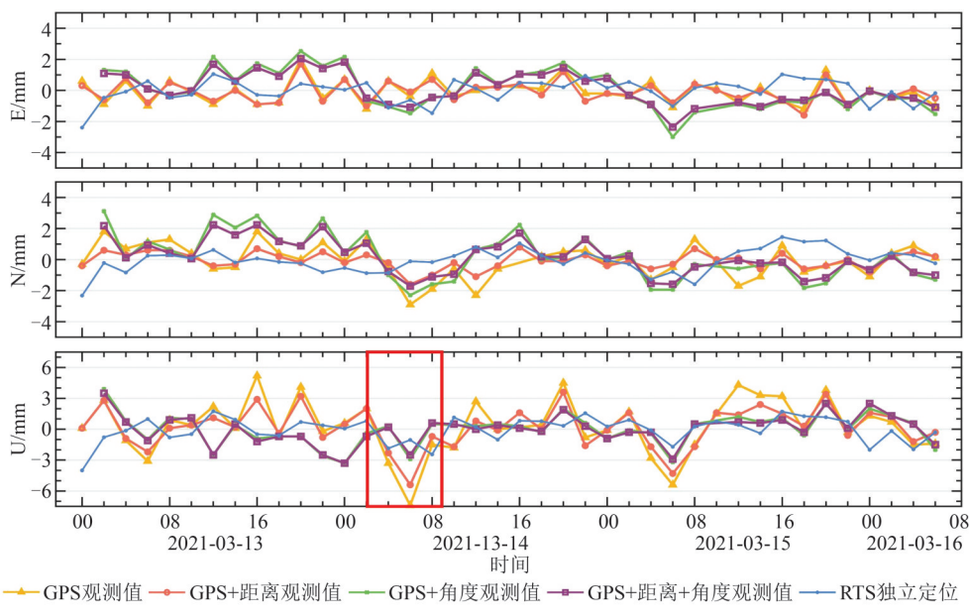


图6 GP03测站不同定位模式下的定位误差时间序列

Fig. 6 Time Series of Positioning Error of GP03 Monitoring Station in Different Positioning Mode

图6中3列分别表示东(E)、北(N)、天(U)3个方向。可以看到,RTS独立定位结果的时间序列变化较为平稳,水平方向的定位误差基本保持在1.5 mm以内,高程方向的定位基本保持在2 mm以内。由于GPS定位的特性,高程方向定位能力较弱,误差更加明显,单一GPS观测值水平方向的误差保持在3 mm以内,高程方向的定位误差基本保持在6 mm以内,E、N、U方向的最大误差分别为2.0 mm、2.9 mm、7.4 mm。与RTS观测值组合后定位误差时间序列更加稳定,水平方向的定位精度变化较小,高程方向通过组合能够有效减小误差的变化范围。组合距离观测值后,高程方向的最大误差为5.4 mm,平均误差为2.0 mm;组合角度观测值后,高程方向的最大误差为4.9 mm,平均误差降低至1.4 mm;组合距离+角度观测值后,高程方向的最大误差为4.3 mm,平均误差进一步降低至1.1 mm。从图6红框部分可以明显看出不同RTS观测值对高程方向定位结果的影响,角度观测值的组合改进效果优于距离观测值。因此可以得出结论:RTS独立定位结果优于单一GPS定位和与距离观测值组合的定位结果,但是低于GPS与角度观测值和距离+角度观测值组合的定位结果,说明GPS与RTS组合对于RTS定位本身也有一定的精度提升效果。

图7为监测站GP03分别采用不同定位模式时高程方向的定位误差分布及其均方根误差,图

中4列子图分别表示单一GNSS和GNSS与RTS不同观测值组合等定位模式;3行子图分别表示GPS+BDS、GPS、BDS 3种组合,横坐标表示高程方向的定位误差数值范围,纵坐标表示落在此定位误差区间内解的数量占其总数的百分比。可以看出,定位误差基本符合正态分布。为了更好地评估定位性能,统计了高程方向定位误差低于2 mm时段占全部时段的比例,可以看到与RTS距离、角度观测值组合后,定位误差小于2 mm的比例在逐渐提升,在使用GPS+BDS数据且组合RTS距离+角度观测值时,这一比例达到了97.5%。在高程定位精度方面,单一GPS、BDS、GPS+BDS观测值的定位精度分别为2.8 mm、5.2 mm、2.4 mm,这说明相比于GPS系统和GPS+BDS,在观测环境较差时,单BDS系统的定位性能最差。与RTS距离观测值组合后,GPS、BDS、GPS+BDS系统的高程方向定位精度分别提升28.6%、21.2%、12.5%;组合角度观测值后,定位精度分别提升50.0%、63.5%、50.0%;组合距离+角度观测值后,定位精度分别提升60.7%、75.0%、58.3%,分别达到1.1 mm、1.3 mm、1.0 mm。

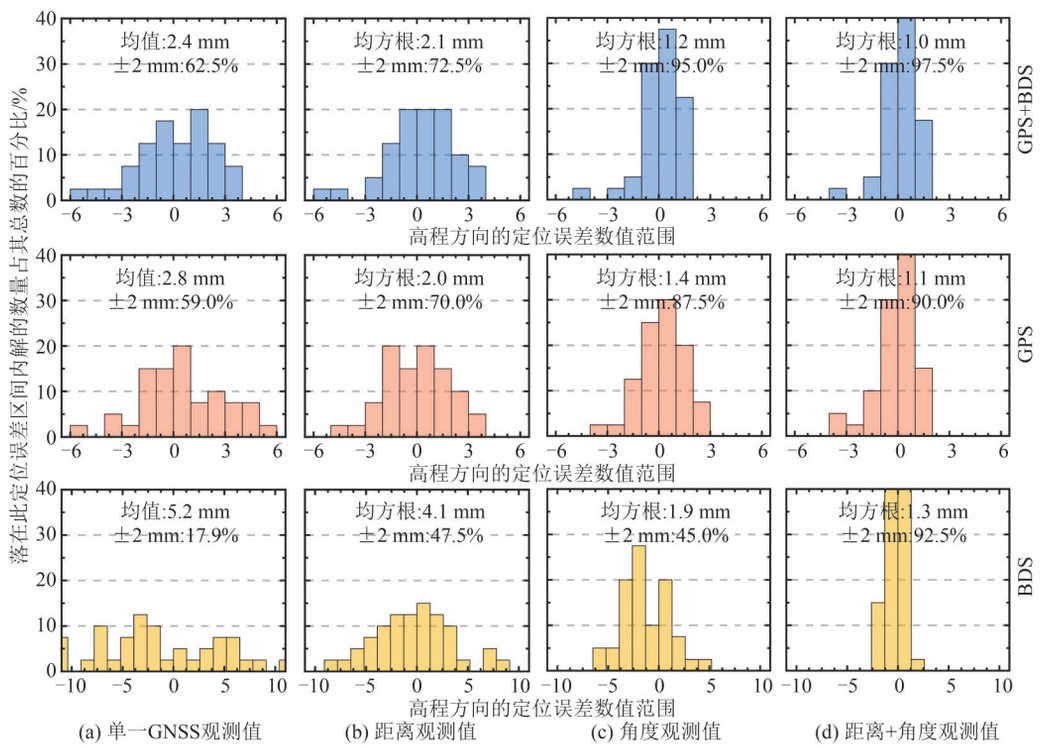


图7　GP03测站高程方向定位误差分布直方图

Fig. 7　Histogram of Positioning Error Distribution in Elevation-Direction at GP03

表4为GP01、GP02、GP03测点在利用GPS、BDS、GPS+BDS情况下,与RTS观测值进行不同模式组合前后定位精度的统计结果。总体而言,GP01站的观测环境最好,RTS观测值对GP01的定位结果提升较小;GP03的观测环境最差,RTS观测值对GP03定位结果的提升最为显著。具体而言,在仅使用GNSS数据的情况下,所有测点在GPS、GPS+BDS解算模式下的高程定位精度均低于3 mm,而利用BDS仅能达到4.5~5.5 mm。而在组合RTS距离观测值以后,高程方向精度平均提升18.0%,其中BDS+距离观测值组合定位高程方向精度提升至3.0~4.1 mm,平均提升25.9%。在组合角度观测值后,高程方向定位精度平均提升48.9%,GPS、GPS+BDS系统组合后的高程方向定位精度普遍优于2 mm,BDS系统组合高程方向定位精度也能够达到2 mm左右。在组合距离+角度观测值后,高程方向定位精度基本保持在1.3 mm以内,平均提升61.3%。此外,也可以看到,仅使用RTS的情况下,GP01、GP02、GP03测点高程方向的精度分别为1.1 mm、1.3 mm和1.2 mm,而在使用GPS+BDS组合距离和角度观测值的情况下,3个测点高程定位精度可分别提升至1.1 mm、0.8 mm和1.0 mm。

3.3　RTS对模糊度固定率的影响

模糊度是否成功固定是衡量GNSS定位可靠性的重要标准。作为评价模糊度固定情况的重要指标,模糊度固定率是固定成功的模糊度数

表4 所有监测站不同GNSS与RTS观测值组合定位精度统计结果/mm

Table 4 Positioning Accuracy with and Without RTS for Different GNSS Combinations/mm

测站	定位方向	RTS独立定位	无RTS观测值			距离观测值			角度观测值			距离+角度观测值		
			G	C	GC	G	C	GC	G	G	GC	G	C	GC
GP01	E	0.7	0.7	1.6	0.6	0.7	0.9	0.6	1.2	0.8	0.7	0.5	1.1	0.4
	N	1.0	1.1	1.7	1.0	1.0	1.6	0.7	1.3	1.1	0.9	0.7	0.8	0.6
	U	1.1	1.8	4.7	1.9	1.6	3.0	1.8	1.2	1.8	1.3	1.1	1.2	1.1
GP02	E	0.5	0.5	1.7	0.9	0.5	1.1	0.8	0.8	0.9	1.3	0.8	1.1	0.8
	N	1.2	1.3	1.5	1.2	1.0	1.1	0.8	1.6	1.1	1.0	0.6	1.2	0.7
	U	1.3	2.3	4.9	2.1	1.9	3.9	1.9	1.3	2.0	1.1	0.9	1.0	0.8
GP03	E	0.6	0.8	1.3	0.6	0.7	0.9	0.6	1.1	1.0	0.7	1.3	0.8	0.7
	N	0.8	1.3	1.4	0.7	1.0	1.1	1.0	1.2	1.2	0.8	1.2	0.9	0.7
	U	1.2	2.8	5.2	2.4	2.0	4.1	2.1	1.4	1.9	1.2	1.1	1.3	1.0

量与模糊度总数之间的比值。为验证RTS观测值对GNSS模糊度固定率的影响,本文选择遮挡最为严重的坝底测站GP03来分析其在使用GPS与RTS的不同组合解算模式下高程方向的定位误差及模糊度固定情况,具体如图8所示。从图8可以发现,利用单一GPS观测值进行定位时,存在模糊度固定率低于90%的时段,对应高程方向的定位误差基本大于5 mm,于2021-03-14 06—08时段高程定位误差达到最大7.4 mm。当GPS与RTS距离观测值组合时,模糊度度固定率有所提升,原本误差较大的时段固定率从90%提升至95%以上,对应高程方向的定位结果没有明显提升;与RTS角度观测值组合后,模糊度固定率提升显著,基本接近100%被固定,此时模糊度参数与坐标参数的相关性降低,模糊度参数的精度有所提升,高程定位误差显著降低。

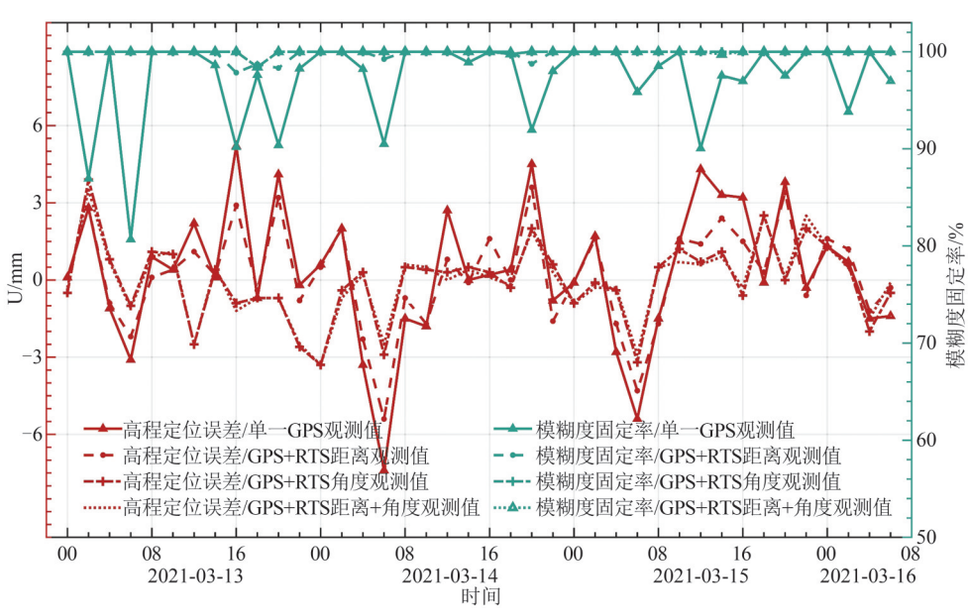


图8 GP03测站高程方向定位误差与模糊度固定率

Fig. 8 Positioning Error in Elevation-Direction and Fixing Rate of Ambiguities at GP03 Station

图9展示了监测站GP03于2021-03-14 06—08时段GPS载波相位残差天空图分布和直方图分布。可以看到,在单GPS、GPS+RTS距离观测值、GPS+RTS角度观测值、GPS+RTS距离+角度观测值这4种解算模式下,随着解算精度的改善,其载波相位残差的分布越来越趋近于标准正态分布,且拟合结果表明,所有正态分布的均值μ均趋于0,方差σ数值依次减小,由单GPS模式下的3.04 mm减小至GPS+RTS距离+角度观测值模式下的2.92 mm。在具体细节上,利用单GPS解算模式时,载波相位残差分布直方图在0值两侧具有明显的不对称性,且从图9(a)天空图可以看到,位于测站50°~90°方位的相位残差数值偏大,该结果与图3(f)中GP03的天空图特征较为一致;而在GPS组合距离+角度观测值后,其载波相位残差的分布直方图在0值两侧

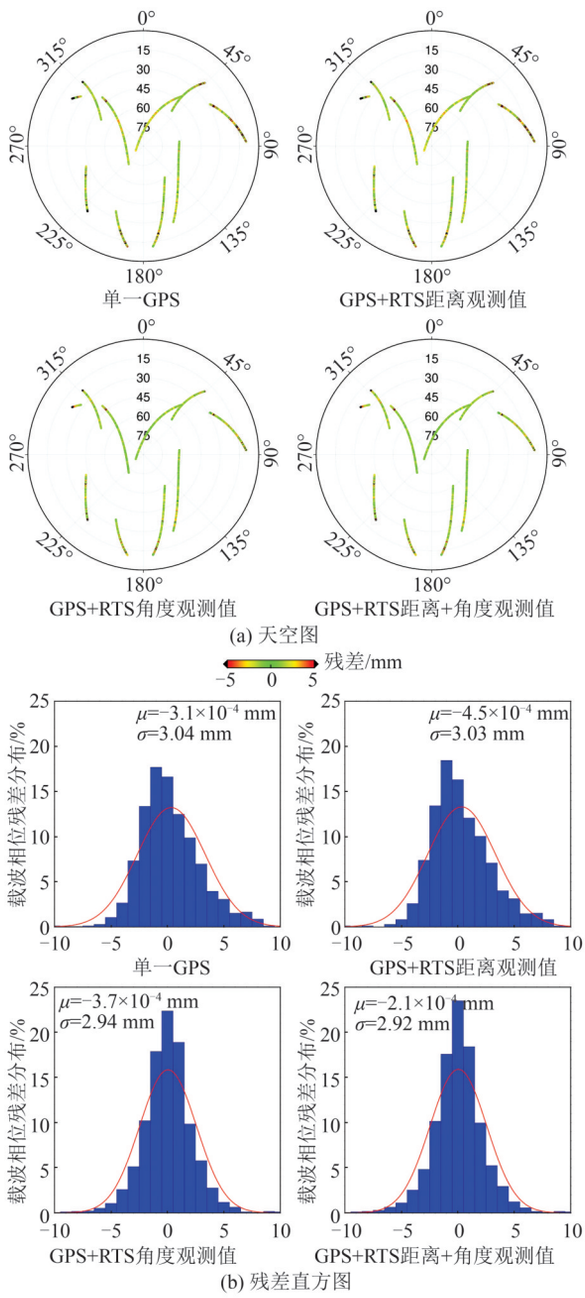


图 9　GP03 测站载波相位残差天空图和直方图
(2021-03-14 06—08 时段)

Fig. 9　Sky Plot and Histogram of Phase Residuals at Station GP03 (2021-03-14 06—08)

几乎完全对称,其可能的原因是定位精度提高后,由于定位结果偏差带来的载波相位残差的系统性偏差变小,此时载波相位残差更加趋于理想的正态分布。

4　结　语

本文针对复杂环境下 GNSS 和 RTS 单一定位技术监测难以保障变形监测精度的问题,提出了 GNSS/RTS 紧组合变形监测方法,并探究了 GNSS 与 RTS 距离、角度观测值组合后的变形监测性能。

实验结果表明,RTS 观测值可以显著优化复杂环境下 GNSS 观测值几何分布构型。PDOP 值可以直观反映测站接收的卫星信号分布情况,与 RTS 组合后,距离、角度和距离+角度观测值组合对于单 GPS 的 PDOP 值平均降低 26.9%、33.0%、42.3%,对于单 BDS 的 PDOP 值平均降低 38.1%、42.8%、51.7%,对于 GPS+BDS 的 PDOP 值平均降低 16.3%、19.6%、28.8%。

RTS 观测值可以显著提升 GNSS 高程方向的定位结果,且角度观测值的改进效果优于距离观测值。与距离、角度和距离+角度观测值组合后,高程精度平均提升 18.0%、48.9%、61.3%。RTS 独立定位的精度优于单一 GNSS 定位和 GNSS 与距离观测值组合,但低于 GNSS 与角度、距离+角度观测值组合。

对于 GNSS 与 RTS 的紧组合定位而言,RTS 观测值能够提升 GNSS 模糊度固定率。与距离观测值组合时,仅部分时段无法固定模糊度,而与角度观测值组合后,基本实现模糊度全时段正确固定。此外,组合 RTS 角度观测值后,载波相位残差的分布直方图在 0 值两侧几乎完全对称,更加趋于理想的正态分布。

GNSS/RTS 紧组合变形监测方法从卫星分布构型、定位精度等角度分析 RTS 不同类型观测值的改进效果,未考虑 RTS 观测值本身精度对定位结果的影响。后续工作将进一步探讨 RTS 观测值误差对 GNSS/RTS 紧组合定位的影响。

参　考　文　献

[1] 钟登华, 时梦楠, 崔博, 等. 大坝智能建设研究进展[J]. 水利学报, 2019, 50(1): 38-52.
ZHONG Denghua, SHI Mengnan, CUI Bo, et al. Research Progress of the Intelligent Construction of Dams [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2019, 50(1): 38-52.

[2] BAO Y Q, CHEN Z C, WEI S Y, et al. The State of the Art of Data Science and Engineering in Structural Health Monitoring[J]. *Engineering*, 2019, 5(2): 234-242.

[3] SHEN N, CHEN L, LU X C, et al. Interactive Multiple-Model Vertical Vibration Detection of Structures Based on High-Frequency GNSS Observations[J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(2): 48.

[4] 中华人民共和国水利部. SL 601—2013 混凝土坝安全监测技术规范[S]. 北京:中国水利水电出版

社,2013.
Ministry of Water Resources of the People's Republic of China. SL 601—2013 Technical Specification for Concrete Dam Safety Monitoring[S]. Beijing: China Water & Power Press,2013.

[5] 姜卫平,梁娱涵,余再康,等. 卫星定位技术在水利工程变形监测中的应用进展与思考[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2022,47(10):1625-1634.
JIANG Weiping, LIANG Yuhan, YU Zaikang, et al. Progress and Thoughts on Application of Satellite Positioning Technology in Deformation Monitoring of Water Conservancy Projects[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(10): 1625-1634.

[6] ZARIKAS V, GIKAS V, KITSOS C P. Evaluation of the Optimal Design "Cosinor Model" for Enhancing the Potential of Robotic Theodolite Kinematic Observations[J]. *Measurement*, 2010, 43(10): 1416-1424.

[7] ZHOU J G, LUO C, JIANG W W, et al. Using UAVs and Robotic Total Stations in Determining Height Differences when Crossing Obstacles[J]. *Measurement*, 2022, 188: 110372.

[8] ZHANG D, FANG T Y, AI J H, et al. UAV/RTS System Based on MMCPF Theory for Fast and Precise Determination of Position and Orientation[J]. *Measurement*, 2022, 187: 110342.

[9] LI X X, GE M R, DAI X L, et al. Accuracy and Reliability of Multi-GNSS Real-Time Precise Positioning: GPS, GLONASS, BeiDou, and Galileo[J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(6): 607-635.

[10] MENG X, ROBERTS G W, DODSON A H, et al. Impact of GPS Satellite and Pseudolite Geometry on Structural Deformation Monitoring: Analytical and Empirical Studies[J]. *Journal of Geodesy*, 2004, 77(12): 809-822.

[11] XI R J, CHEN H, MENG X L, et al. Reliable Dynamic Monitoring of Bridges with Integrated GPS and BeiDou[J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2018, 144(4): 04018008.

[12] MOSCHAS F, STIROS S. Dynamic Multipath in Structural Bridge Monitoring: An Experimental Approach[J]. *GPS Solutions*, 2014, 18(2): 209-218.

[13] ZHOU J G, SHI B, LIU G L, et al. Accuracy Analysis of Dam Deformation Monitoring and Correction of Refraction with Robotic Total Station[J]. *PLOS One*, 2021, 16(5): e0251281.

[14] KARSZNIA K, OSADA E, MUSZYŃSKI Z. Real-Time Adjustment and Spatial Data Integration Algorithms Combining Total Station and GNSS Surveys with an Earth Gravity Model[J]. *Applied Sciences*, 2023, 13(16): 9380.

[15] BITELLI G, RONCARI G, TINI M A, et al. High-Precision Topographical Methodology for Determining Height Differences when Crossing Impassable Areas[J]. *Measurement*, 2018, 118: 147-155.

[16] PSIMOULIS P A, STIROS S C. Measuring Deflections of a Short-Span Railway Bridge Using a Robotic Total Station[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2013, 18(2): 182-185.

[17] FRUKACZ M, PRESL R, WIESER A, et al. Pushing the Sensitivity Limits of RTS-Based Continuous Deformation Monitoring of an Alpine Valley[J]. *Applied Geomatics*, 2017, 9(2): 81-92.

[18] JIANG W P, CHEN Y, CHEN Q S, et al. High Precision Deformation Monitoring with Integrated GNSS and Ground Range Observations in Harsh Environment[J]. *Measurement*, 2022, 204: 112179.

[19] LI B F, SHEN Y Z, FENG Y M. Fast GNSS Ambiguity Resolution as an Ill-Posed Problem[J]. *Journal of Geodesy*, 2010, 84(11): 683-698.

[20] LIU X, CHEN G L, ZHANG Q Z, et al. Improved Single-Epoch Single-Frequency Par LAMBDA Algorithm with Baseline Constraints for the BeiDou Navigation Satellite System[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2017, 11(10): 1549-1557.

[21] TEUNISSEN P J G, GIORGI G, BUIST P J. Testing of a New Single-Frequency GNSS Carrier Phase Attitude Determination Method: Land, Ship and Aircraft Experiments[J]. *GPS Solutions*, 2011, 15(1): 15-28.

[22] OSADA E, OWCZAREK-WESOŁOWSKA M, FICNER M, et al. Total Station/GNSS/EGM Integrated Geocentric Positioning Method[J]. *Survey Review*, 2017, 49(354): 206-211.

[23] OSADA E, OWCZAREK-WESOŁOWSKA M, SOŚNICA K. Gauss-Helmert Model for Total Station Positioning Directly in Geocentric Reference Frame Including GNSS Reference Points and Vertical Direction from Earth Gravity Model[J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2019, 145(4): 04019013.

[24] PAVLIS N K, HOLMES S A, KENYON S C, et al. The Development and Evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2012, 117(B4): B04406.

[25] SCHMID R, STEIGENBERGER P, GENDT G, et al. Generation of a Consistent Absolute Phase-Center Correction Model for GPS Receiver and Satellite Antennas[J]. *Journal of Geodesy*, 2007, 81

(12): 781-798.

[26] BÖHM J, MÖLLER G, SCHINDELEGGER M, et al. Development of an Improved Empirical Model for Slant Delays in the Troposphere (GPT2w)[J]. *GPS Solutions*, 2015, 19(3): 433-441.

[27] SAASTAMOINEN J. Atmospheric Correction for the Troposphere and Stratosphere in Radio Ranging Satellites[M]//Henriksen S W, Mancini A, Chovitz B H. The Use of Artificial Satellites for Geodesy, Geophysical Monograph Series. Washington D C: 1972.

[28] BOEHM J, NIELL A, TREGONING P, et al. Global Mapping Function (GMF): A New Empirical Mapping Function Based on Numerical Weather Model Data [J]. *Geophysical Research Letters*, 2006, 33(7): L07304.

[29] TEUNISSEN P J G. The Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation[J]. *Journal of Geodesy*, 1995, 70(1): 65-82.

[30] BARRELL H, SEARS J E. The Refraction and Dispersion of Air and Dispersion of Air for the Visible Spectrum[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1939, 238(786): 1-64.

[31] 崔希璋, 於宗俦, 陶本藻, 等. 广义测量平差[M]. 2版. 武汉: 武汉大学出版社, 2009.
CUI Xizhang, YU Zongchou, TAO Benzao, et al. Generalized Survey Adjustment[M]. 2nd ed. Wuhan: Wuhan University Press, 2009.